

EXERCICE 1 4 points Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question une seule des propositions est exacte. Le candidat portera sur la copie, sans justification, la lettre correspondant à la réponse choisie. Il est attribué un point si la réponse est exacte, aucun point n'est enlevé pour une réponse inexacte ou une absence de réponse.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $z = 1 - 2i + e^{i\theta}$, θ étant un nombre réel.
 - a. (E) est une droite passant par le point d'affixe $2 - 2i$.
 - b. (E) est le cercle de centre d'affixe $-1 + 2i$ et de rayon 1.
 - c. (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2i$ et de rayon 1.
 - d. (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2i$ et de rayon $\sqrt{5}$.

2. Soit f l'application du plan qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -iz - 2i$.
 - a. f est une homothétie.
 - b. Le point d'affixe $-1 - 2i$ est un antécédent du point d'affixe i .
 - c. f est la rotation de centre le point d'affixe $1 + i$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
 - d. f est la rotation de centre le point d'affixe $-1 - i$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

3. Soit (F) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z - 1 + i| = |z + 1 + 2i|$.
Soient les points A , B et C d'affixes respectives $1 - i$, $-1 + 2i$ et $-1 - 2i$.
 - a. C est un point de (F) .
 - b. (F) est la médiatrice du segment $[AB]$.
 - c. (F) est la médiatrice du segment $[AC]$.
 - d. (F) est le cercle de diamètre $[AB]$.

4. On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z + |z|^2 = 7 + i$.
Cette équation admet :
 - a. Deux solutions distinctes qui ont pour partie imaginaire 1.
 - b. Une solution réelle.
 - c. Deux solutions dont une seule a pour partie imaginaire 1.
 - d. Une solution qui a pour partie imaginaire 2.

EXERCICE 2 6 points Commun à tous les candidats

Soient f et g les fonctions définies sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $f(x) = xe^{-x}$ et $g(x) = x^2e^{-x}$.

On note C_f et C_g les représentations graphiques des fonctions f et g dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

La courbe représentative C_f de la fonction f dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ est donnée en annexe (à rendre avec la copie).

1. D'après le graphique, quelles semblent être les variations de la fonction f et sa limite en $+\infty$?
2. Valider ces conjectures à l'aide d'une démonstration.
3. Tracer sur l'annexe jointe (à rendre avec la copie) la courbe C_g représentative de la fonction g .
4. Quelle semble être la position relative de la courbe C_f par rapport à la courbe C_g ?

Valider cette conjecture à l'aide d'une démonstration.

Partie B

L'objectif de cette partie est de calculer, en unités d'aire, la mesure de l'aire A de la partie du plan comprise entre les courbes C_f et C_g et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

1. Hachurer sur l'annexe cette partie du plan.
2. Soit $I = \int_0^1 f(x) dx$. Démontrer que $I = 1 - \frac{2}{e}$.
3. Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.
Soit H la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $H(x) = -(x^2 + 2x)e^{-x}$.
 - a. Calculer la dérivée H' de la fonction H .
 - b. En déduire une primitive sur l'intervalle $[0; +\infty[$ de la fonction g .
4. Déterminer la valeur exacte de l'aire A .

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut a et le défaut b . Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

1. Dans cette question les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.

On prélève un sac au hasard dans la production d'une journée.

On note A l'évènement « le sac présente le défaut a » et B l'évènement « le sac présente le défaut b ». Les probabilités des

événements A et B sont respectivement $P(A) = 0,02$ et $P(B) = 0,01$; on suppose que ces deux événements sont indépendants.

- a. Calculer la probabilité de l'évènement C « le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b ».
 - b. Calculer la probabilité de l'évènement D « le sac est défectueux ».
 - c. Calculer la probabilité de l'évènement E « le sac ne présente aucun défaut ».
 - d. Sachant que le sac présente le défaut a, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut b ?
2. On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à 0,03.

On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs. On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.

- a. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
- b. Quelle est la probabilité de l'évènement « au moins un sac est défectueux » ? On arrondira cette probabilité au centième. Interpréter ce résultat.
- c. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

EXERCICE 4 5 points Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soient $A(1 ; 2 ; 0)$, $B(2 ; 2 ; 0)$, $C(1 ; 3 ; 0)$ et $D(1 ; 2 ; 1)$ quatre points de l'espace muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

(P) désigne le plan orthogonal à (BC) contenant A ;

(Q) désigne le plan orthogonal à (DC) contenant A ;

(R) désigne le plan orthogonal à (BD) contenant A.

1. Montrer que le plan (P) a pour équation cartésienne $x - y + 1 = 0$.

On admet que le plan (Q) a pour équation cartésienne $-y + z + 2 = 0$ et que le plan (R) a pour équation cartésienne $-x + z + 1 = 0$.

2. a. Résoudre le système :
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ -y + z + 2 = 0 \\ -x + z + 1 = 0 \end{cases}$$

- b. En déduire que l'intersection des trois plans (P), (Q) et (R) est une droite (d) passant par le point $E(2 ; 3 ; 1)$.

- c. Vérifier que la droite (d) est orthogonale au plan (BCD).

En déduire une équation cartésienne du plan (BCD).

3. Déterminer une équation cartésienne pour chacun des plans (ABC), (ABD) et (ACD).

On admet que ces plans sont respectivement parallèles aux plans de repères $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, $(O ; \vec{i}, \vec{k})$ et $(O ; \vec{j}, \vec{k})$.

4. Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

- a. Montrer que tout point M de la droite (d) est équidistant des plans (ABC), (ABD) et (ACD).
- b. Existe-t-il des points de l'espace équidistants des plans (ABC), (ABD), (ACD) et (BCD) ?

EXERCICE 4 5 points Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1. Soient F le point de coordonnées $\left(0 ; 0 ; \frac{1}{4}\right)$ et P le plan d'équation $z = -\frac{1}{4}$.

On note $d(M, P)$ la distance d'un point M au plan P.

Montrer que l'ensemble (S) des points M de coordonnées $(x ; y ; z)$ qui vérifient $d(M, P) = MF$ a pour équation $x^2 + y^2 = z$.

2. a. Quelle est la nature de l'intersection de l'ensemble (S) avec le plan d'équation $z = 2$?
- b. Quelle est la nature de l'intersection de l'ensemble (S) avec le plan d'équation $x = 0$?

Représenter cette intersection dans le repère $(O ; \vec{j}, \vec{k})$.

3. Dans cette question, x et y désignent des nombres entiers naturels.

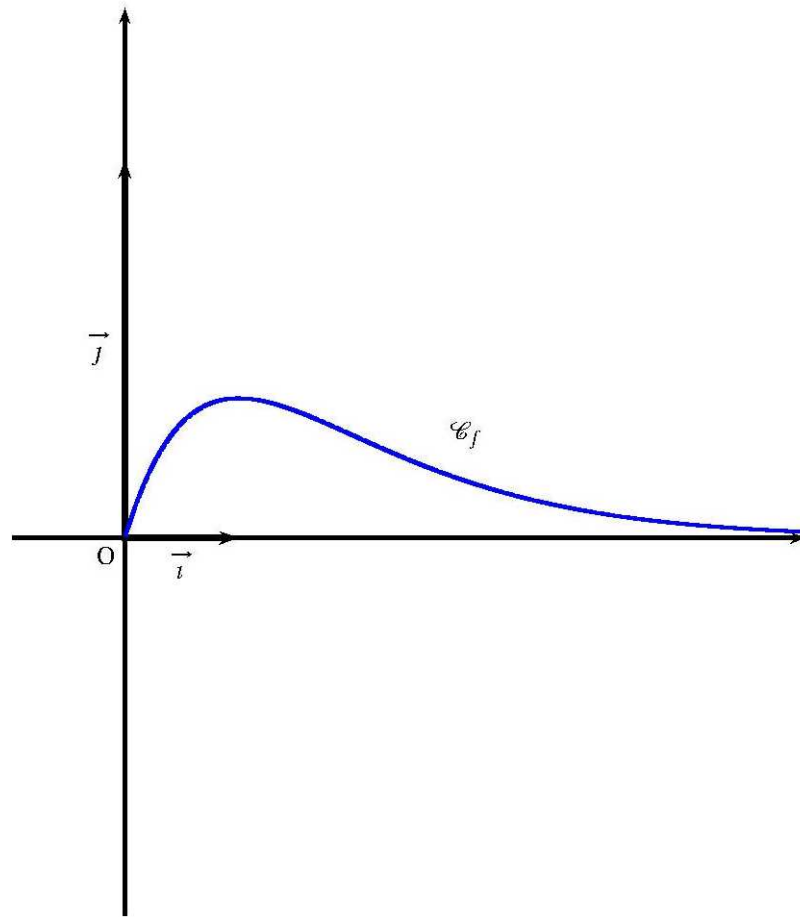
- a. Quels sont les restes possibles de la division euclidienne de x^2 par 7 ?

- b. Démontrer que 7 divise $x^2 + y^2$ si et seulement si 7 divise x et 7 divise y.

4. Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Existe-t-il des points qui appartiennent à l'intersection de l'ensemble (S) et du plan d'équation $z = 98$ et dont toutes les coordonnées sont des entiers naturels ? Si oui les déterminer.

ANNEXE Exercice 2
À rendre avec la copie



CORRECTION

EXERCICE 1 4 points Commun à tous les candidats

1. $z - (1 - 2i) = e^{i0}$ donc $|z - (1 - 2i)| = |e^{i0}| = 1$ soit $\Omega M = 1$ où Ω est le point d'affixe $1 - 2i$ donc (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2i$ et de rayon 1. Réponse c. vraie

2. f n'est pas une homothétie car une homothétie a une écriture complexe de la forme $z' = a z + b$ avec a réel or ici $a = -i$. Réponse a. fausse

A la calculatrice on vérifie que si $z = -1 - 2i$ alors $z' \neq i$. donc réponse b fausse.

Le point invariant de la transformation a une affixe solution de : $z = -i z - 2i$ soit $z(1+i) = -2i$ donc $z = \frac{-2i}{1+i} = \frac{-2i(1-i)}{(1+i)(1-i)}$

donc $z = -1 - i$ la réponse d est juste

3. $|z - 1 + i| = |z + 1 + 2i| \Leftrightarrow |z - (1 - i)| = |z - (-1 - 2i)| \Leftrightarrow MA = MC$
(F) est la médiatrice du segment [AC].

4. Si $z = x + iy$ alors $|z|^2 = x^2 + y^2$ donc $x + x^2 + y^2 + iy = 7 + i \Leftrightarrow \begin{cases} x + x^2 + y^2 = 7 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + x^2 = 6 \\ y = 1 \end{cases}$

or $x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -3$

donc cette équation admet deux solutions distinctes qui ont pour partie imaginaire 1 : $2 + i$ et $-3 + i$.

EXERCICE 2 6 points Commun à tous les candidats

Partie A

1. D'après le graphique, quelles semblent être les variations de la fonction f et sa limite en $+\infty$?

f semble être croissante sur $[0; 1]$ et décroissante sur $[1; +\infty[$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

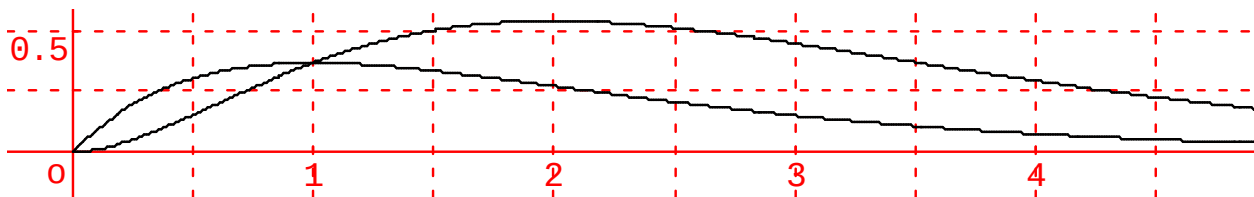
f est définie dérivable sur $[0; +\infty[$; soit $u(x) = x$ et $v(x) = e^{-x}$ alors $u'(x) = 1$ et $v'(x) = -e^{-x}$

donc $f'(x) = e^{-x} - x e^{-x} = (1-x) e^{-x}$

$1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$ d'où le tableau de variation de f

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
f	0	e^{-1}	0

3.



4. Apparemment C_f est au dessus de C_g sur $[0; 1]$ puis en dessous sur $[1; +\infty[$

$f(x) - g(x) = x e^{-x} - x^2 e^{-x} = x(1-x) e^{-x}$.

La fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$, si $0 \leq x \leq 1$ alors $0 \leq 1-x$ donc $0 \leq f(x) - g(x)$

si $x \geq 1$ alors $1-x \leq 0$ donc $f(x) - g(x) \leq 0$ donc C_f est au dessus de C_g sur $[0; 1]$ puis en dessous sur $[1; +\infty[$

Partie B

L'objectif de cette partie est de calculer, en unités d'aire, la mesure de l'aire A de la partie du plan comprise entre les courbes C_f et C_g et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

1. Hachurer sur l'annexe cette partie du plan.

2. Soit $I = \int_0^1 f(x) dx$. Démontrer que $I = 1 - \frac{2}{e}$.

3. Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soit H la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $H(x) = -(x^2 + 2x) e^{-x}$.

a. Calculer la dérivée H' de la fonction H.

b. En déduire une primitive sur l'intervalle $[0; +\infty[$ de la fonction g .

4. Déterminer la valeur exacte de l'aire A.

EXERCICE 3 5 points Commun à tous les candidats

1. a. $P(A) = 0,02$ et $P(B) = 0,01$; les deux événements A et B sont indépendants donc $P(C) = P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0,0002$
Calculer la probabilité de l'évènement C « le sac prélevé présente le défaut a et le défaut b ».

b. $p(D) = p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,02 + 0,01 - 0,0002 = 0,0298$.

c. On a $E = \overline{D}$ d'où $p(E) = 1 - p(D) = 1 - 0,0298 = 0,9702$.

d. $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0,0002}{0,02} = 0,01$

2. a. On a une épreuve de Bernoulli avec deux issues (sac sans défaut, sac défectueux).
La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 100$ et $p = 0,03$.

b. On sait que la probabilité que k, $0 \leq k \leq 100$ sacs soient défectueux est : $p(X = k) = \binom{100}{k} p^k \times (1 - p)^{100 - k} =$

L'évènement contraire de l'évènement « au moins un sac est défectueux » est « il n'y a pas de sac défectueux » qui a une probabilité de $(1 - p)^{100} = 0,97^{100}$ donc la probabilité d'avoir au moins un sac défectueux est donc égale à $1 - 0,97^{100} \approx 0,95$ (au centième près).
Interprétation : pour 100 sacs prélevés il y a à peu près 95 chances sur 100 d'avoir au moins un sac défectueux.

c. Pour cette loi binomiale on a $E = n \times p = 100 \times 0,03 = 3$.

Interprétation : sur 100 sacs prélevés il y a en moyenne 3 sacs défectueux.

EXERCICE 4 5 points Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Soient A(1 ; 2 ; 0), B(2 ; 2 ; 0), C(1 ; 3 ; 0) et D(1 ; 2 ; 1) quatre points de l'espace muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$).

(P) désigne le plan orthogonal à (BC) contenant A ;

(Q) désigne le plan orthogonal à (DC) contenant A ;

(R) désigne le plan orthogonal à (BD) contenant A.

1. $\overline{BC}$ a pour coordonnées (-1 ; 1 ; 0) donc P est l'ensemble des points M tels que $\overline{AM} \cdot \overline{BC} = 0$ soit $-(x - 1) + (y - 2) = 0$ donc le plan (P) a pour équation cartésienne $x - y + 1 = 0$.

2. a.
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ -y + z + 2 = 0 \\ -x + z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 & (L_1) \\ -y + z + 2 = 0 & (L_2) \\ -y + z + 2 = 0 & (L_1 + L_3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y - 1 \\ z = y - 2 \end{cases} \text{ avec } y \text{ réel quelconque.}$$

En posant $y = t$,
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ -y + z + 2 = 0 \\ -x + z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = t - 1 \\ y = t \\ z = t - 2 \end{cases} \text{ avec } t \text{ réel quelconque.}$$

b. L'intersection des trois plans (P), (Q) et (R) est la droite (d) de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = t - 1 \\ y = t \\ z = t - 2 \end{cases} \text{ avec } t \text{ réel quelconque.}$$

Si $t = 3$, le point E(2 ; 3 ; 1) appartient à (d)

c. Un vecteur directeur de (d) est le vecteur $\vec{u}$ de coordonnées (1 ; 1 ; 1)

$\vec{u} \cdot \overline{BC} = -1 \times 1 + 1 \times 1 + 0 \times 1 = 0$

$\overline{BD}$ a pour coordonnées (-1 ; 0 ; 1) $\vec{u} \cdot \overline{BD} = -1 \times 1 + 1 \times 0 + 1 \times 1 = 0$ donc $\vec{u}$ est orthogonal aux vecteurs $\overline{BC}$ et $\overline{BD}$ qui ne sont pas colinéaires donc la droite (d) est orthogonale au plan (BCD).

$\vec{u}$ a pour coordonnées (1 ; 1 ; 1) donc (BCD) est l'ensemble des points M tels que $\overline{BM} \cdot \vec{u} = 0$.

soit $x - 2 + y - 2 + z = 0$ donc une équation cartésienne du plan (BCD) est $x + y + z - 4 = 0$

3. Les trois points A, B et C ont une cote nulle : une équation du plan (ABC) est donc $z = 0$;
Les trois points A, B et D ont une ordonnée égale à 2 : une équation du plan (ABD) est donc $y = 2$;
Les trois points A, C et D ont une abscisse égale à 1 : une équation du plan (ACD) est donc $x = 1$.

4. a. Un point M quelconque de (d) a pour coordonnées $(t - 1 ; t ; t - 2)$

la distance du point M au plan (ABC) est $d_1 = |t - 2|$

la distance du point M au plan (ABD) est $d_2 = |t - 2|$

la distance du point M au plan (ACD) est $d_3 = |t - 2|$

$d_1 = d_2 = d_3$ donc tout point M de la droite (d) est équidistant des plans (ABC), (ABD) et (ACD).

b. la distance du point M au plan (ABC) est $d = \frac{|t - 1 + t + t - 2 - 4|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{|3t - 7|}{\sqrt{3}}$

Un point M de l'espace est équidistant des plans (ABC), (ABD), (ACD) et (BCD) si et seulement si $d = d_1 = d_2 = d_3$

soit $\frac{|3t - 7|}{\sqrt{3}} = |t - 2| \Leftrightarrow (3t - 5)^2 = 3(t - 2)^2 \Leftrightarrow 6t^2 - 18t + 13 = 0$

$\Delta = 18^2 - 4 \times 13 \times 6 = 12 > 0$ donc il existe 2 valeurs de t solutions donc 2 points équidistant des plans (ABC), (ABD), (ACD) et (BCD)

EXERCICE 4 5 points Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

1. $MF^2 = x^2 + y^2 + \left(z - \frac{1}{4}\right)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{16}$

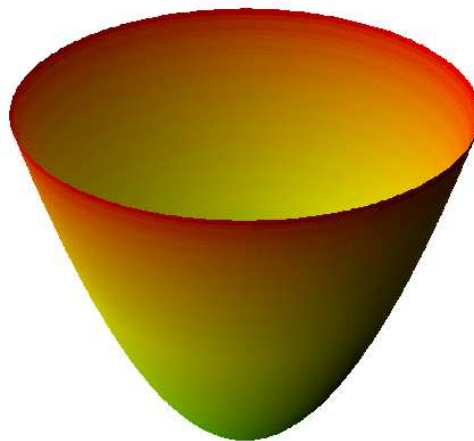
$$d(M, P) = \frac{\left|z + \frac{1}{4}\right|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \left|z + \frac{1}{4}\right|$$

donc $(d(M, P))^2 = \left(z + \frac{1}{4}\right)^2 = z^2 + \frac{1}{2}z + \frac{1}{16}$

$$d(M, P) = MF \Leftrightarrow (d(M, P))^2 = MF^2$$

$$\Leftrightarrow z^2 + \frac{1}{2}z + \frac{1}{16} = x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{2}z + \frac{1}{16} \Leftrightarrow x^2 + y^2 = z$$

l'ensemble (S) des points M de coordonnées (x ; y ; z) qui vérifient $d(M, P) = MF$ a pour équation $x^2 + y^2 = z$.



2. a. L'intersection de l'ensemble (S) avec le plan d'équation $z = 2$ est l'ensemble des points M tels que

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ z = 2 \end{cases} \text{ soit } \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ z = 2 \end{cases}. \text{ Il s'agit donc}$$

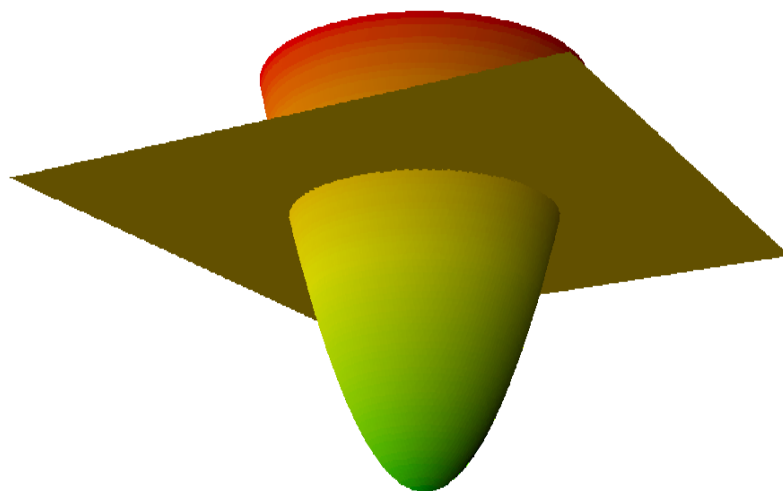
d'un cercle dans le plan d'équation $z = 2$.

Pas demandé : Soit Ω le point de coordonnées (0 ; 0 ; 2), tout point M du plan d'équation $z = 2$ a des coordonnées de la forme (x ; y ; 2)

$$\text{donc } \Omega M^2 = x^2 + y^2 \text{ donc } \begin{cases} x^2 + y^2 = 2 \\ z = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Omega M^2 = 2 \\ z = 2 \end{cases} \Leftrightarrow M \text{ décrit le cercle du plan}$$

d'équation $z = 2$ de centre Ω de rayon $\sqrt{2}$.

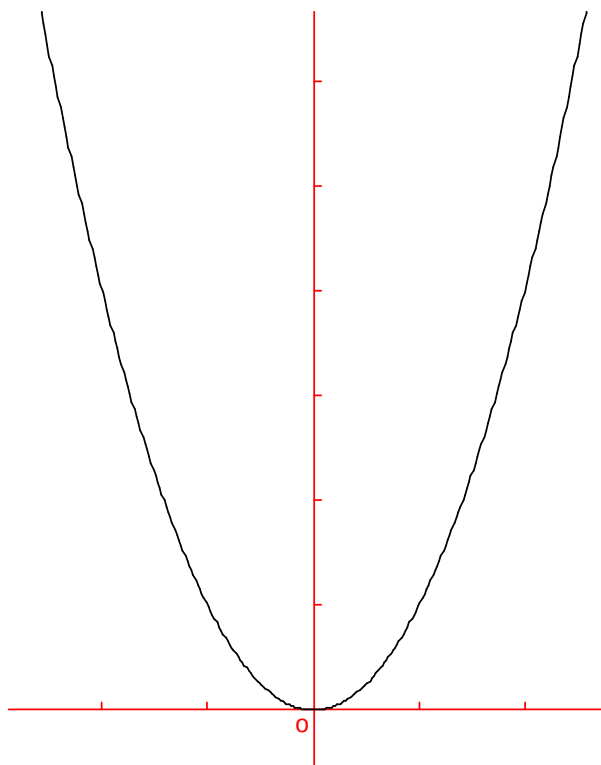
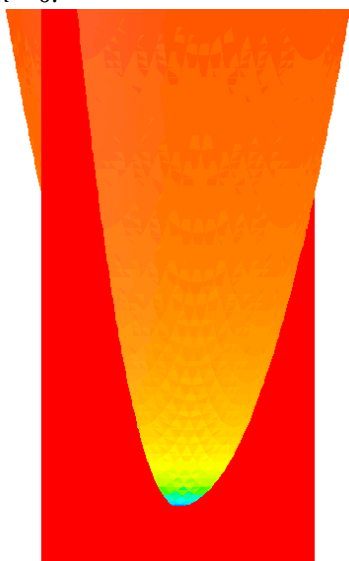


b. L'intersection de l'ensemble (S) avec le plan d'équation

$$x = 0 \text{ est l'ensemble des points M tels que } \begin{cases} x^2 + y^2 = z \\ x = 0 \end{cases}$$

$$\text{soit } \begin{cases} y^2 = z \\ x = 0 \end{cases}.$$

Il s'agit donc d'une parabole d'axe (Oz) de sommet O dans le plan d'équation $x = 0$.



3. a. Les restes possibles de la division euclidienne de x par 7 sont 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7

Si $x \equiv n \pmod{7}$ alors $x^2 \equiv n^2 \pmod{7}$ or $3^2 = 7 + 2$; $4^2 = 2 \times 7 + 2$; $5^2 = 3 \times 7 + 4$ et $6^2 = 7 \times 5 + 1$ d'où les restes possibles de la division euclidienne de x^2 par 7

la division euclidienne de x par 7 a pour reste	0	1	2	3	4	5	6
la division euclidienne de x^2 par 7 a pour reste	0	1	4	2	2	4	1

b. En faisant un tableau donnant le reste de la division par 7 de $x^2 + y^2$, suivant les différents restes de x^2 et y^2 :

$y^2 \backslash x^2$	0	1	2	4
0	0	1	2	4
1	1	2	3	5
2	2	3	4	6
4	4	5	6	1

$x^2 + y^2$ est divisible par 7 si et seulement si $x^2 \equiv 0 \pmod{7}$ et $y^2 \equiv 0 \pmod{7}$ soit si et seulement si $x \equiv 0 \pmod{7}$ et $y \equiv 0 \pmod{7}$

4. Tout point qui appartient à l'intersection de l'ensemble (S) et du plan d'équation $z = 98$ vérifie $\begin{cases} x^2 + y^2 = 98 \\ z = 98 \end{cases}$

Si toutes les coordonnées de ce point sont des entiers naturels alors, comme $98 = 7 \times 14$, 7 divise $x^2 + y^2$ donc 7 divise x et 7 divise y d'après la question précédente.

Il existe deux entiers naturels p et q tels que $x = 7p$ et $y = 7q$ donc en remplaçant dans $x^2 + y^2 = 98$ alors $49(p^2 + q^2) = 98$ soit $p^2 + q^2 = 2$.

$0 \leq p^2 \leq 2$ donc $p = 0$ ou $p = 1$

si $p = 0$ alors $q^2 = 2$ ce qui est impossible dans $\mathbb{N}$.

si $p = 1$ alors $q^2 = 1$ donc $q = 1$ ($q \in \mathbb{N}$)

L'intersection de l'ensemble (S) et du plan d'équation $z = 98$ a un point dont toutes les coordonnées sont des entiers naturels, il s'agit du point A(1 ; 1 ; 98)