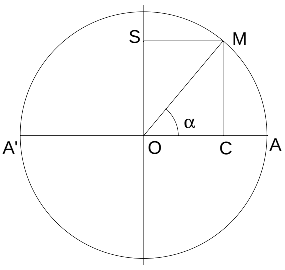
TRIGONOMETRIE

Le cercle trigonométrique est un cercle de centre O de rayon 1 et orienté

La mesure principale d'un angle est la mesure de cet angle qui appartient à $[-\pi\,;\,\pi]$
La mesure d'un angle est connue à 2π près.

Si $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}) = x$, on a :

$$\begin{cases} \sin x = \overline{OS} \\ \cos x = \overline{OC} \end{cases}$$

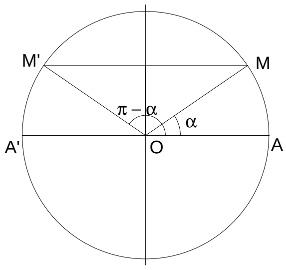


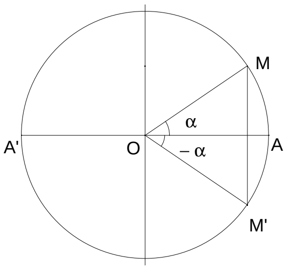
Les angles remarquables :

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Angles associés :

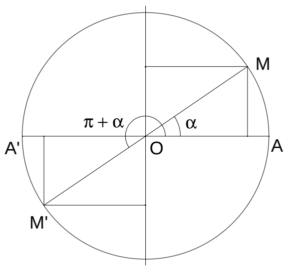
$$\begin{cases} \sin\ (\pi - x) = \sin x \\ \cos\ (\pi - x) = -\cos x \end{cases}$$





$$\begin{cases} \sin\,(-x) = -\sin x \\ \cos\,(-x) = \cos x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\,(\pi + x) = -\sin x \\ \cos\,(\pi + x) = -\cos x \end{cases}$$



quand on change x en $\frac{\pi}{2} - x$,
on change le sinus en cosinus
et le cosinus en sinus

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x \end{cases}$$

Equations et formules

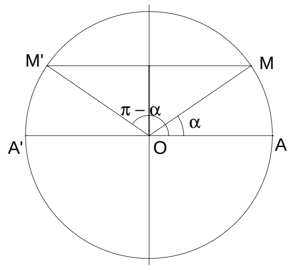
$$\mathbf{\sin^2 x + \cos^2 x = 1}$$

Les équations trigonométriques de base :

$\sin x = \sin \alpha$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases}$$

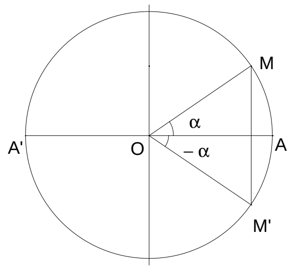
avec $k \in \mathbb{Z}$



$\cos x = \cos \alpha$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ x = -\alpha + 2k\pi \end{cases}$$

avec $k \in \mathbb{Z}$



Les formules d'addition :
$\cos(a + b) = \cos a\,.\cos b - \sin a\,.\sin b$
$\cos(a - b) = \cos a\,.\cos b + \sin a\,.\sin b$

$\sin(a + b) = \sin a\,.\cos b + \cos a\,.\sin b$
$\sin(a - b) = \sin a\,.\cos b - \cos a\,.\sin b$

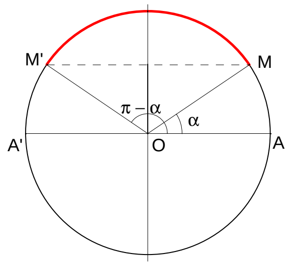
On utilise les formules de $\cos(a + b)$ et $\sin(a + b)$ pour calculer $\cos(2a)$ et $\sin(2a)$, en posant $a = b$:
$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$ et puisque $\cos^2 a + \sin^2 a = 1$
$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin 2a = 2\cos a \sin a$

Résolution d'inéquations :
Attention à l'intervalle I sur lequel on cherche à résoudre l'inéquation. Le plus simple est, sur le cercle trigonométrique, de partir de l'origine de l'intervalle I, puis de parcourir le cercle s**uivant le sens trigonométrique** et de lire pour quelles valeurs de x, l'inéquation est vérifiée.

$\sin x \geq \sin \alpha$ sur $[0\,;\,2\pi]$

$\Leftrightarrow \alpha \leq x \leq \pi - \alpha$



$\cos x \geq \cos \alpha$ sur $[-\pi\,;\,\pi]$

$\Leftrightarrow -\alpha \leq x \leq \alpha$