

EXERCICE 1**5 points****Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité**

Le premier janvier 2014, Monica ouvre un livret d'épargne sur lequel elle dépose 6 000 euros.

Elle décide de verser 900 euros sur ce livret chaque premier janvier à partir de 2015 jusqu'à atteindre le plafond autorisé de 19 125 euros.

On suppose dans tout cet exercice que le taux de rémunération du livret reste fixé à 2,25 % par an et que les intérêts sont versés sur le livret le premier janvier de chaque année.

Première partie

- Calculer le montant des intérêts pour l'année 2014 et montrer que Monica disposera d'un montant de 7 035 euros sur son livret le premier janvier 2015.
- On note M_n le montant en euros disponible sur le livret le premier janvier de l'année 2014 + n .
On a donc $M_0 = 6000$ et $M_1 = 7035$.
Montrer que pour tout entier naturel n : $M_{n+1} = 1,0225M_n + 900$.

Deuxième partie

Monica souhaite savoir en quelle année le montant de son livret atteindra le plafond de 19 125 euros.

- Première méthode :

On considère la suite (G_n) définie pour tout entier naturel n , par $G_n = M_n + 40000$.

a. Montrer que la suite (G_n) est une suite géométrique de raison 1,0225. On précisera le premier terme.

b. Donner l'expression de G_n en fonction de n .

En déduire que, pour tout entier naturel n , $M_n = 46000 \times 1,0225^n - 40000$.

c. Déduire de l'expression de M_n obtenue en b. l'année à partir de laquelle le plafond de 19 125 euros sera atteint.

- Deuxième méthode :

L'algorithme ci-dessous permet de déterminer l'année à partir de laquelle le plafond sera atteint.

LIGNE		
1	Variables :	MONTANT est un réel
2		ANNÉE est un entier
3		
4	Initialisation :	Affecter à MONTANT la valeur 6 000
5		Affecter à ANNÉE la valeur 2014
6		
7	Traitement :	Tant que MONTANT < 19125
8		Affecter à MONTANT la valeur $1,0225 \times \text{MONTANT} + 900$
9		Affecter à ANNÉE la valeur ANNÉE + 1
10		
11	Sortie :	Afficher « Le plafond du livret sera atteint en ... »
12		Afficher ANNÉE

- Il suffit de modifier deux lignes de cet algorithme pour qu'il détermine l'année à partir de laquelle le plafond est atteint pour un montant versé initialement de 5 000 euros et des versements annuels de 1 000 euros.
Indiquez sur votre copie les numéros des lignes et les modifications proposées.
- Proposez une modification de la boucle conditionnelle pour que l'algorithme affiche également à l'écran le montant disponible au premier janvier de chaque année.

EXERCICE 1

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Léa est inscrite sur les réseaux sociaux et consulte régulièrement sa page.

On considère que :

- Si Léa s'est connectée un certain jour, la probabilité qu'elle se connecte le lendemain est égale à 0,9.
- Si Léa ne s'est pas connectée un certain jour, la probabilité qu'elle se connecte le lendemain est égale à 0,8.

Pour tout entier $n \geq 1$, on note a_n la probabilité que Léa se connecte le n -ième jour et b_n la probabilité qu'elle ne se connecte pas le n -ième jour.

On a donc : $a_n + b_n = 1$.

Le 1^{er} jour, Léa ne s'est pas connectée, on a donc $a_1 = 0$.

- Traduire les données par un graphe probabiliste.
 - Préciser la matrice M de transition associée à ce graphe.
 - Déterminer la probabilité que Léa se connecte le troisième jour.
- Démontrer que, pour tout entier $n \geq 1$, on a : $a_{n+1} = 0,1a_n + 0,8$.
- On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier $n \geq 1$, par $u_n = a_n - \frac{8}{9}$.
 - Montrer que (u_n) est une suite géométrique, préciser sa raison et son premier terme.
 - Exprimer u_n puis a_n en fonction de n .
- Déterminer en justifiant la limite de (a_n) .
 - Interpréter ce résultat.

EXERCICE 2

Commun à tous les candidats

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Chaque question ci-après comporte quatre réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte.

Recopier pour chaque question la réponse exacte, on ne demande pas de justification.

Chaque réponse exacte rapportera 1 point, une mauvaise réponse ou l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point.

- Pour tout réel a non nul, le nombre réel $e^{-\frac{1}{a}}$ est égal à :
 - $-e^{\frac{1}{a}}$
 - $\frac{1}{e^{\frac{1}{a}}}$
 - $\frac{1}{e^a}$
 - e^a
- Pour les deux questions suivantes nous considérons la situation suivante : Paul se connecte sur un site de jeu en ligne sur lequel la durée D (en secondes) nécessaire pour réunir les quatre joueurs est une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[20; 120]$.

La probabilité que les quatre joueurs soient réunis au bout de 60 secondes est :

 - $\frac{1}{3}$
 - 0,4
 - environ 99,99%
 - $\frac{1}{2}$

Le temps moyen d'attente avant que les quatre joueurs soient réunis est :
- 70
 - 60
 - 20
 - $\sqrt{120}$

EXERCICE 3

Commun à tous les candidats

Un opérateur de téléphonie mobile organise une campagne de démarchage par téléphone pour proposer la souscription d'un nouveau forfait à sa clientèle, composée à 65 % d'hommes.

Des études préalables ont montré que 30 % des hommes contactés écoutent les explications, les autres raccrochant aussitôt (ou se déclarant immédiatement non intéressés). Parmi les femmes, 60 % écoutent les explications.

On admet que ces proportions restent stables.

Partie A

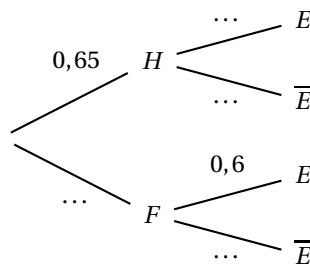
On choisit au hasard une personne dans le fichier clients. Chaque personne a la même probabilité d'être choisie.

On note H l'évènement « la personne choisie est un homme », F l'évènement « la personne choisie est une femme », E l'évènement « la personne choisie écoute les explications du démarcheur » et $\bar{E}$ l'évènement contraire de E .

Rappel des notations :

Si A et B sont deux évènements donnés, $P(A)$ désigne la probabilité que l'évènement A se réalise et $P_B(A)$ désigne la probabilité de l'évènement A sachant que l'évènement B est réalisé.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité proposé ci-dessous :



2.
 - a. Traduire par une phrase l'évènement $E \cap F$ et calculer sa probabilité.
 - b. Montrer que la probabilité que la personne choisie écoute les explications du démarcheur est égale à 0,405.
 - c. Le démarcheur s'adresse à une personne qui l'écoute. Quelle est la probabilité que ce soit un homme ? *On donnera le résultat arrondi au centième.*

Partie B

Les relevés réalisés au cours de ces premières journées permettent également de constater que 12 % des personnes interrogées souscrivent à ce nouveau forfait.

Chaque employé de l'opérateur effectue 60 appels par jour.

On suppose le fichier suffisamment important pour que les choix soient considérés réalisés de façon indépendante et dans des conditions identiques.

On note X la variable aléatoire qui comptabilise le nombre de souscriptions réalisées par un employé donné un jour donné.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne 5 souscriptions un jour donné. *(On arrondira le résultat au centième).*
3. Déterminer la probabilité que l'employé obtienne au moins une souscription un jour donné. *On donnera une valeur arrondie au dix millième.*